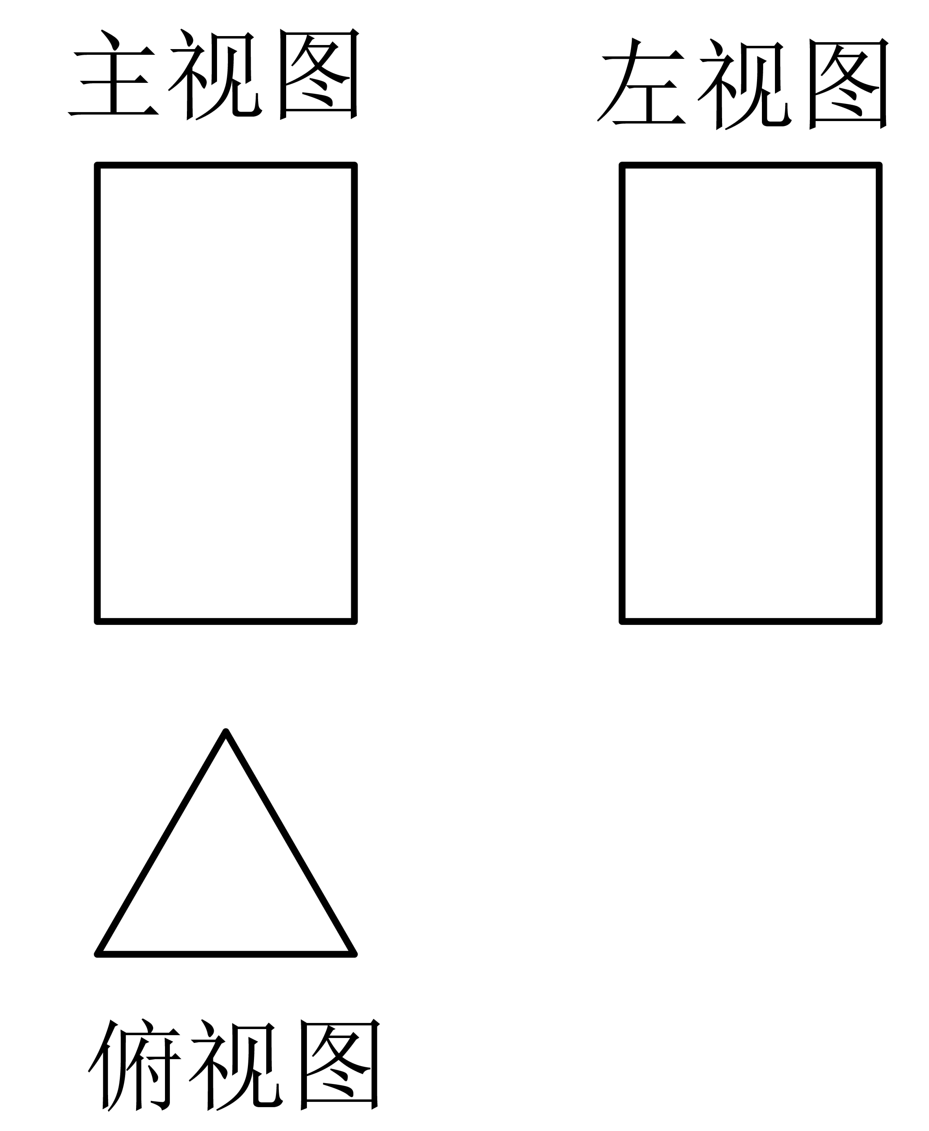
**2023年北京市海淀区首都师大附中中考数学三模试卷**

**第一部分选择题**

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．**

1. 某几何体的三视图如图，该几何体是（ ）

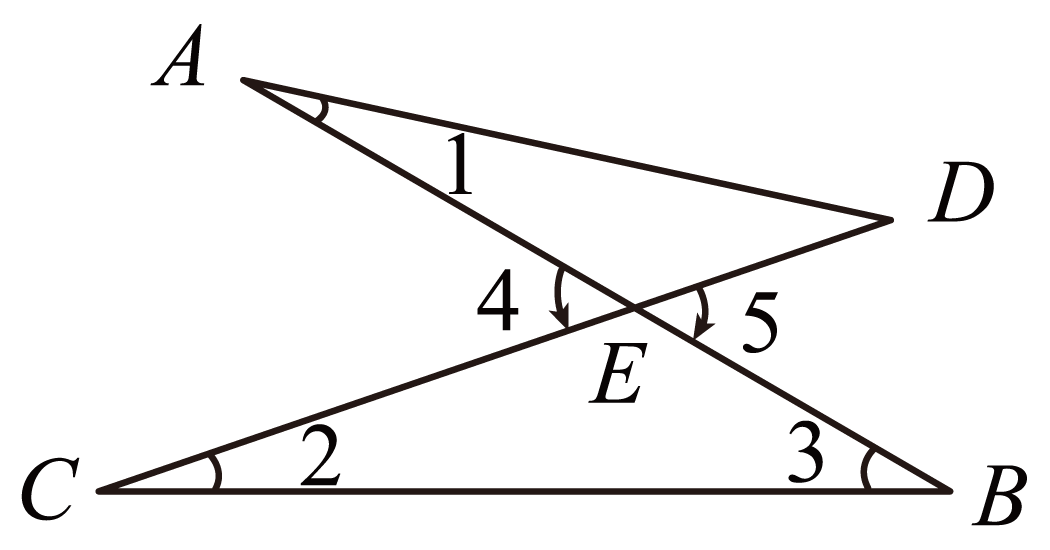


A. 长方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 直三棱柱

2. 2021年2月24日6时29分，我国自主研制的首个火星探测器“天问一号”成功实施第三次近火制动，进入近火点280千米、远火点59000千米、周期2个火星日的火星停泊轨道．将59000用科学记数法表示应为（ ）

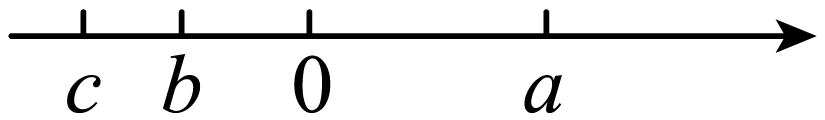
A.  B.  C.  D. 

3. 如图，和相交于点*O*，则下列结论正确的是（ ）



A  B.  C.  D. 

4. 已知实数*a*，*b*，*c*在数轴上对应的点如图所示，则下列式子正确的是（ ）



A.  B.  C.  D. 

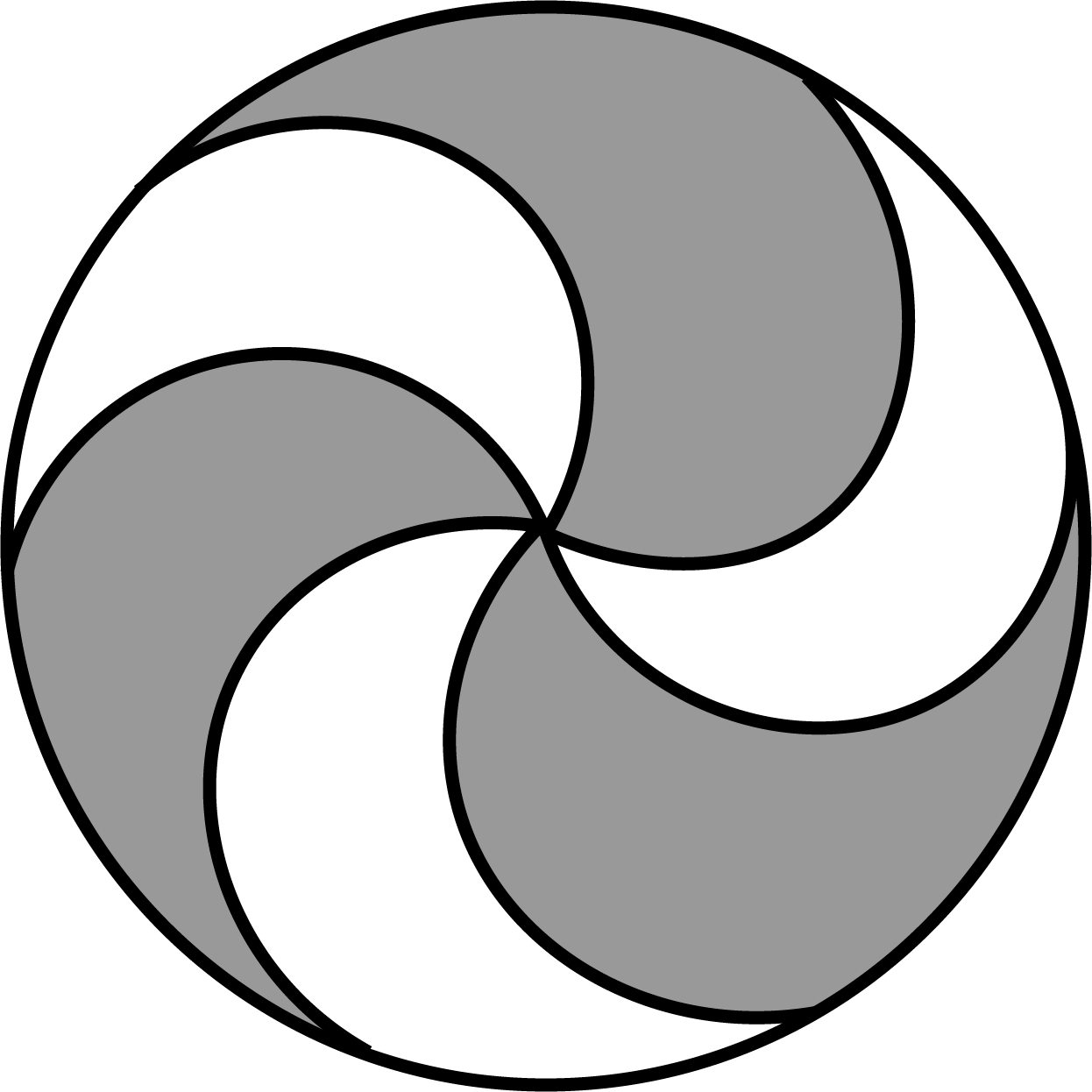
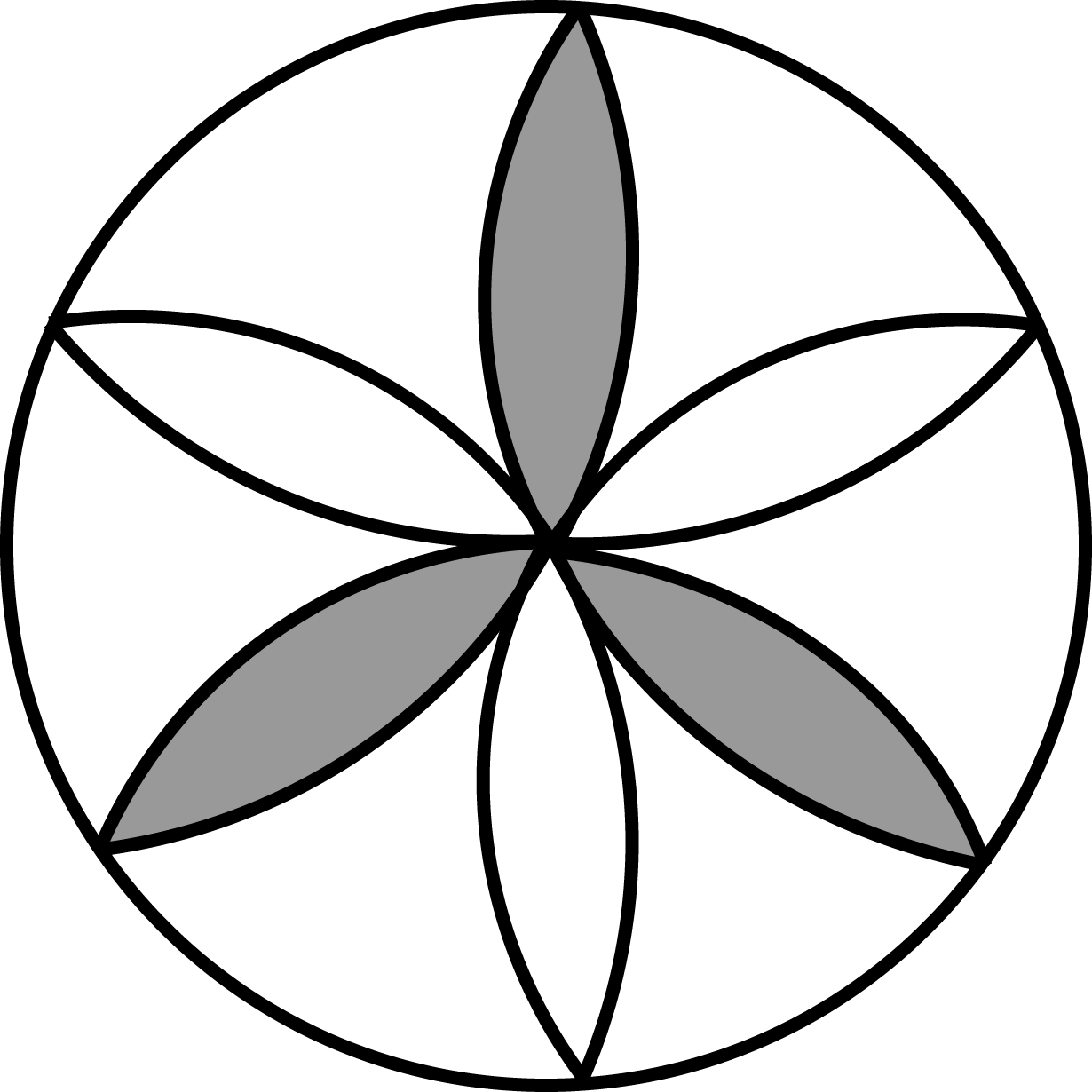
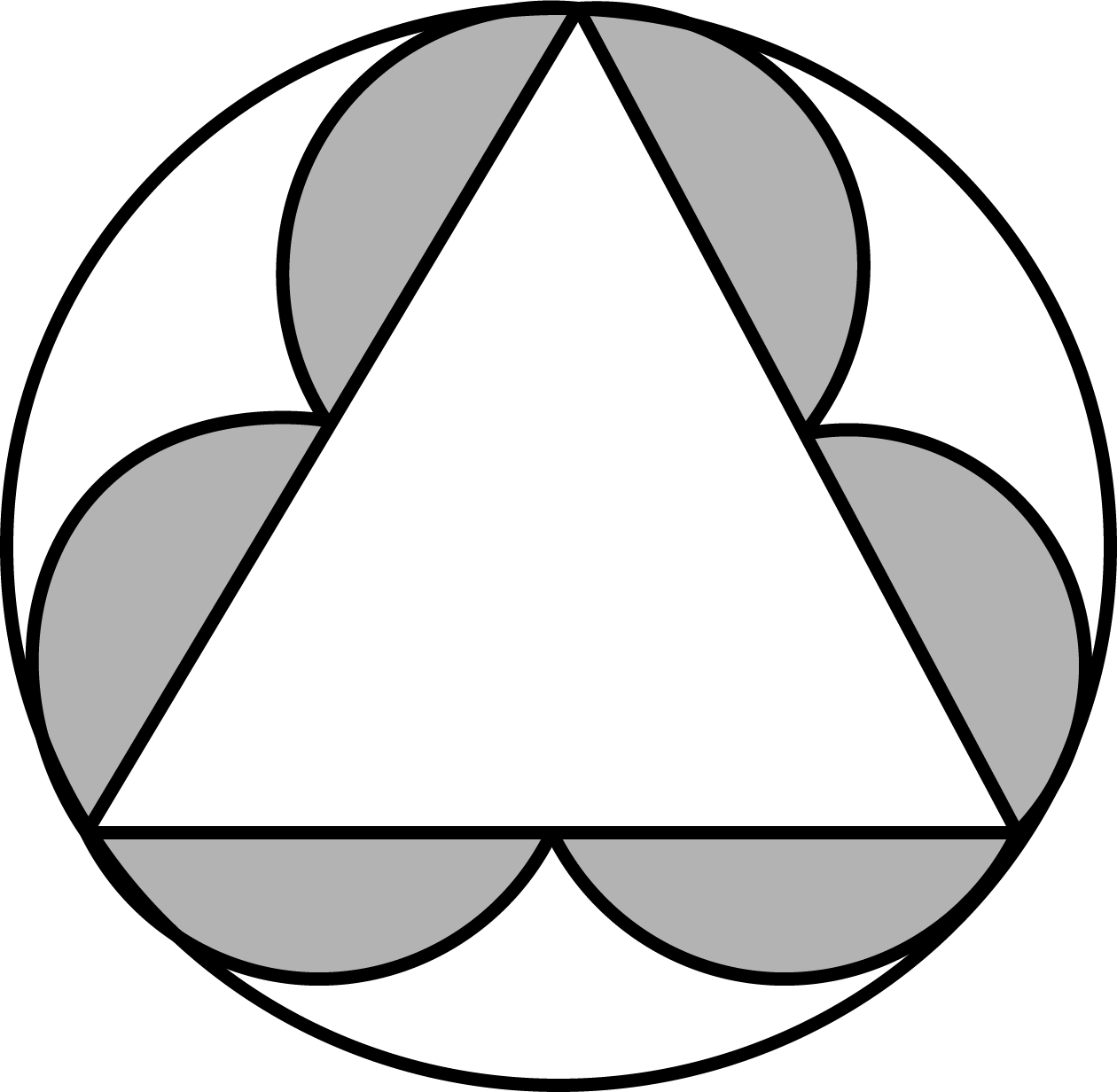
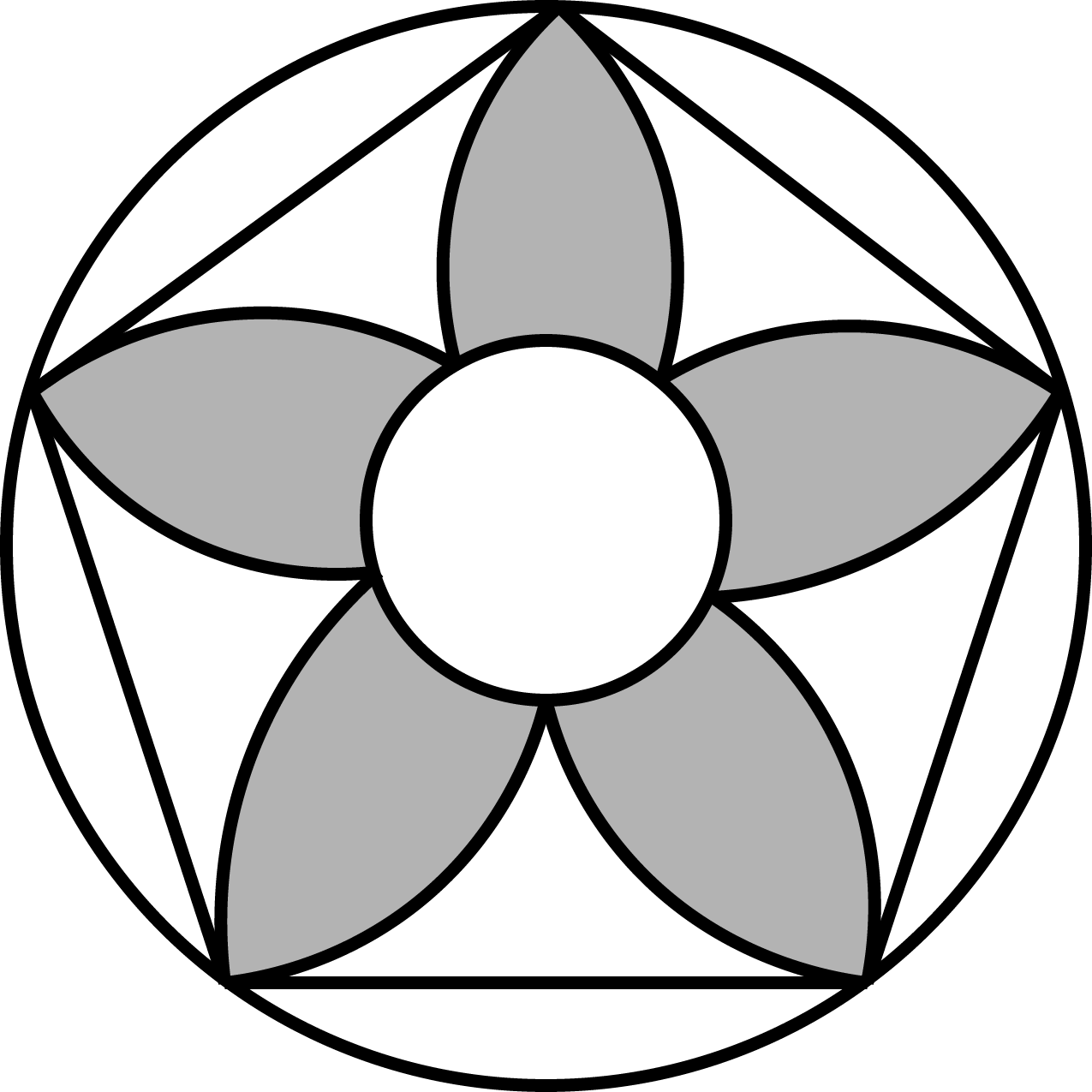
5. 不透明的袋子中装有红、绿小球各两个，除颜色外四个小球无其他差别．从中随机摸出一个小球，不放回并摇匀，再从剩下的三个球中随机摸出一个小球，那么第一次摸到红球、第二次摸到绿球的概率是（ ）

A.  B.  C.  D. 

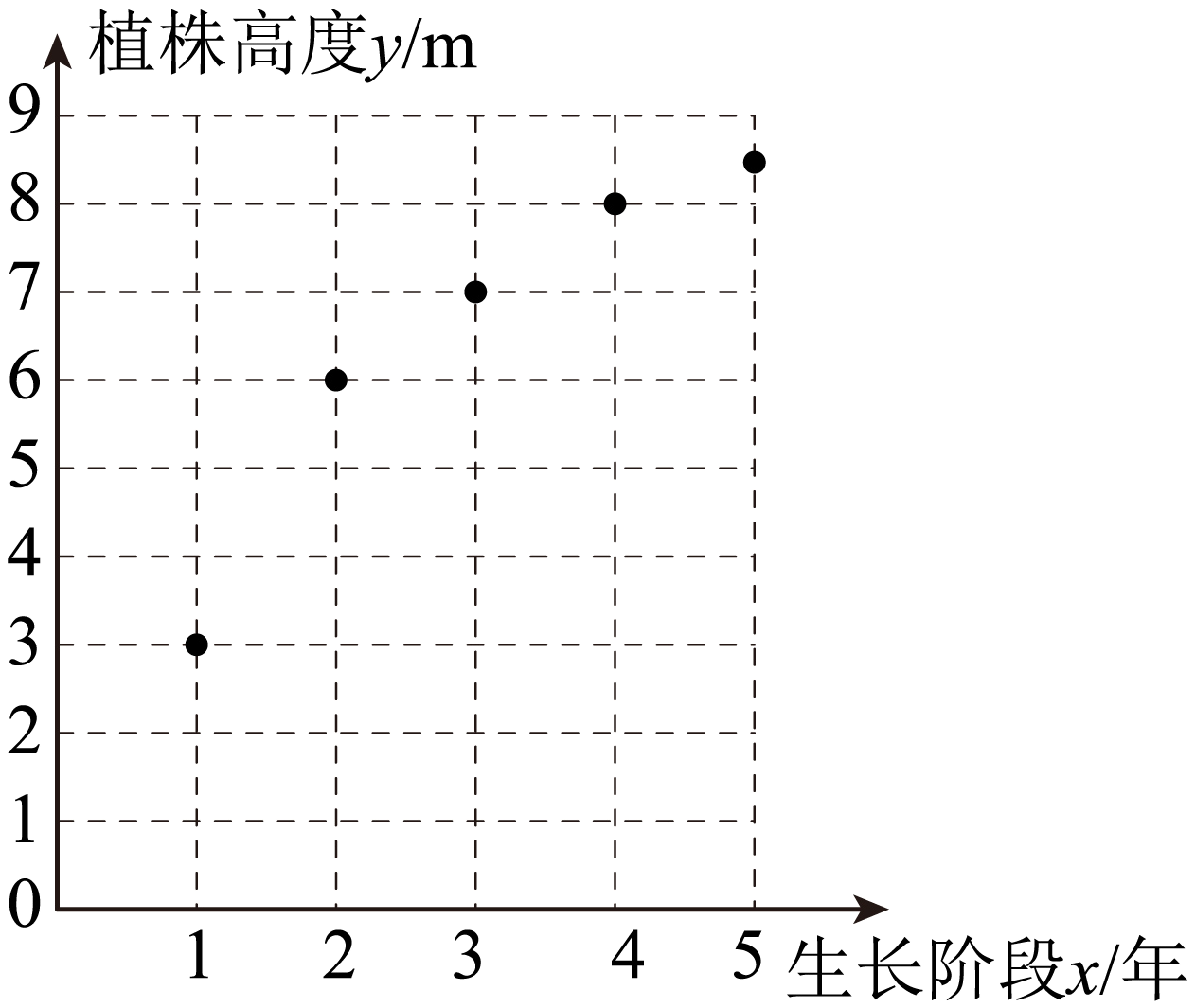
6. 若关于*x*一元二次方程有两个不相等的实数根，则*k*的取值范围是（ ）

A.  B.  C. 且 D. 

7. 下面四个图案中，不是轴对称图形的是（ ）

A  B.  C.  D. 

8. 植物研究者在研究某种植物1~5年内的植株高度时，将得到的数据用下图直观表示．现要根据这些数据选用函数模型来描述这种植物在1~5年内的生长规律．



若选择，

则*a*\_\_\_\_\_\_0，*b*\_\_\_\_\_\_0；

若选择函数，

则*a*\_\_\_\_\_\_0，*b*\_\_\_\_\_\_0；

依次填入的不等号为（　　）

A <，>，<，> B. <，>，>，< C. >，<，<，> D. >，>，<，<

**第二部分非选择题**

**二、填空题（共16分，每题2分）**

9. 分式有意义的条件是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

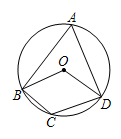
10. 因式分解：\_\_\_\_\_\_．

11. 分式方程解为\_\_\_\_\_\_．

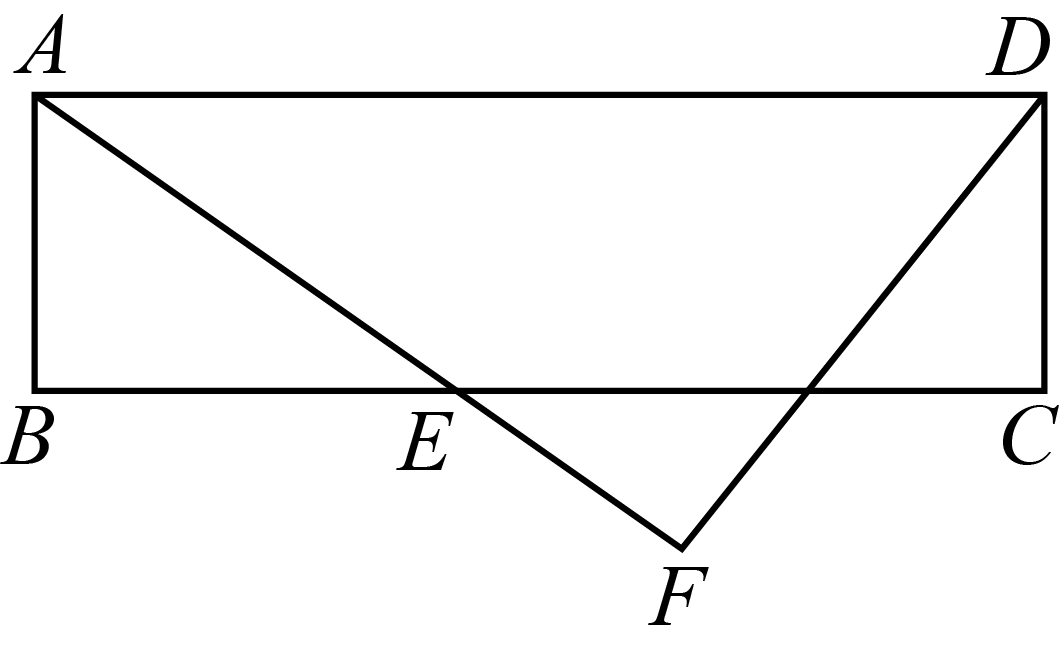
12. 已知*a*，*b*为两个连续整数，且*a*＜＜*b*，则*a*＋*b*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13. 若在反比例函数的图像上，则\_\_\_\_\_\_\_\_．（选填：或）

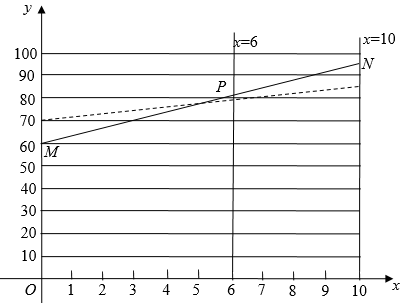
14. 如图，四边形内接于，若，则的度数是\_\_\_\_\_\_.



15. 如图，在矩形*ABCD*中，*AB*＝3，*BC*＝10，点*E*在边*BC*上，*DF*⊥*AE*，垂足为*F*，若*DF*＝6，则线段*EF*的长为\_\_\_\_\_．



16. 为了迅速算出学生的学期总评成绩，一位同学创造了一张奇妙的算图．如图，*y*轴上动点*M*的纵坐标表示学生的期中考试成绩，直线上动点*N*的纵坐标表示学生的期末考试成绩，线段与直线的交点为*P*，则点*P*的纵坐标就是这名学生的学期总评成绩．有下面几种说法：①若某学生的期中考试成绩为70分，期末考试成绩为80分，则他的学期总评成绩为75分：②甲同学的期中考试成绩比乙同学高10分，但期末考试成绩比乙同学低10分，那么甲的学期总评成绩比乙同学低；③期中成绩占学期总评成绩的60%．结合这张算图进行判断，其中正确的说法是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（填写序号）



**三、解答题（共68分,第17-20题，每题5分，第21题6分，第22题5分，第23-24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．**

17. 计算：

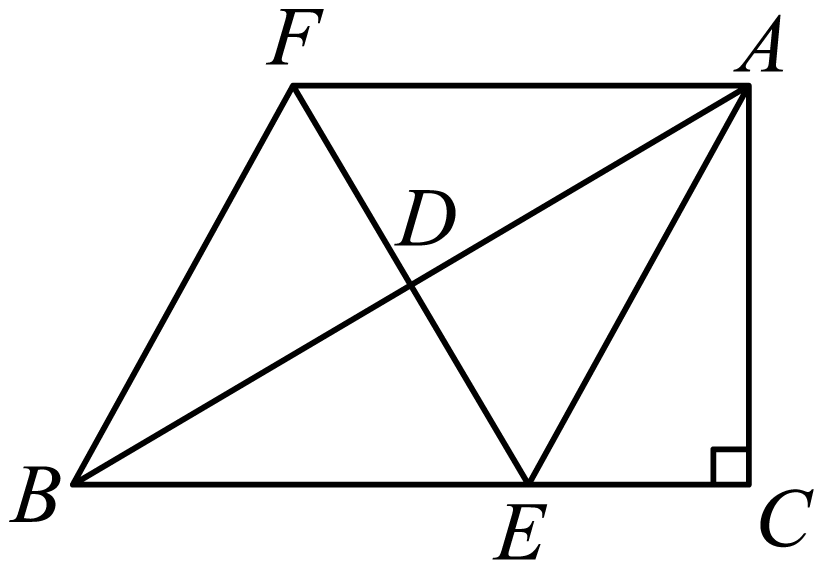
18. 解不等式组：．

19. 先化简，再求值：，其中，．

20. 下面是小明同学证明定理时使用的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明．

|  |  |
| --- | --- |
| 定理：在直角三角形中，斜边中线等于斜边的一半．  已知：如图，在中，，，连接．  学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！  求证：． | |
| 方法一  证明：如图，延长到点*E*，使得，连接  学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ | 方法二  证明：如图，延长到点*F*，使得，连接，．  学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材以及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ |

21. 如图，在中，，点*D*为的中点，过点*D*作的垂线交于点*E*，过点*A*作交的延长线于点*F*，连接，．



（1）求证：四边形是菱形；

（2）若平分，，求的长．

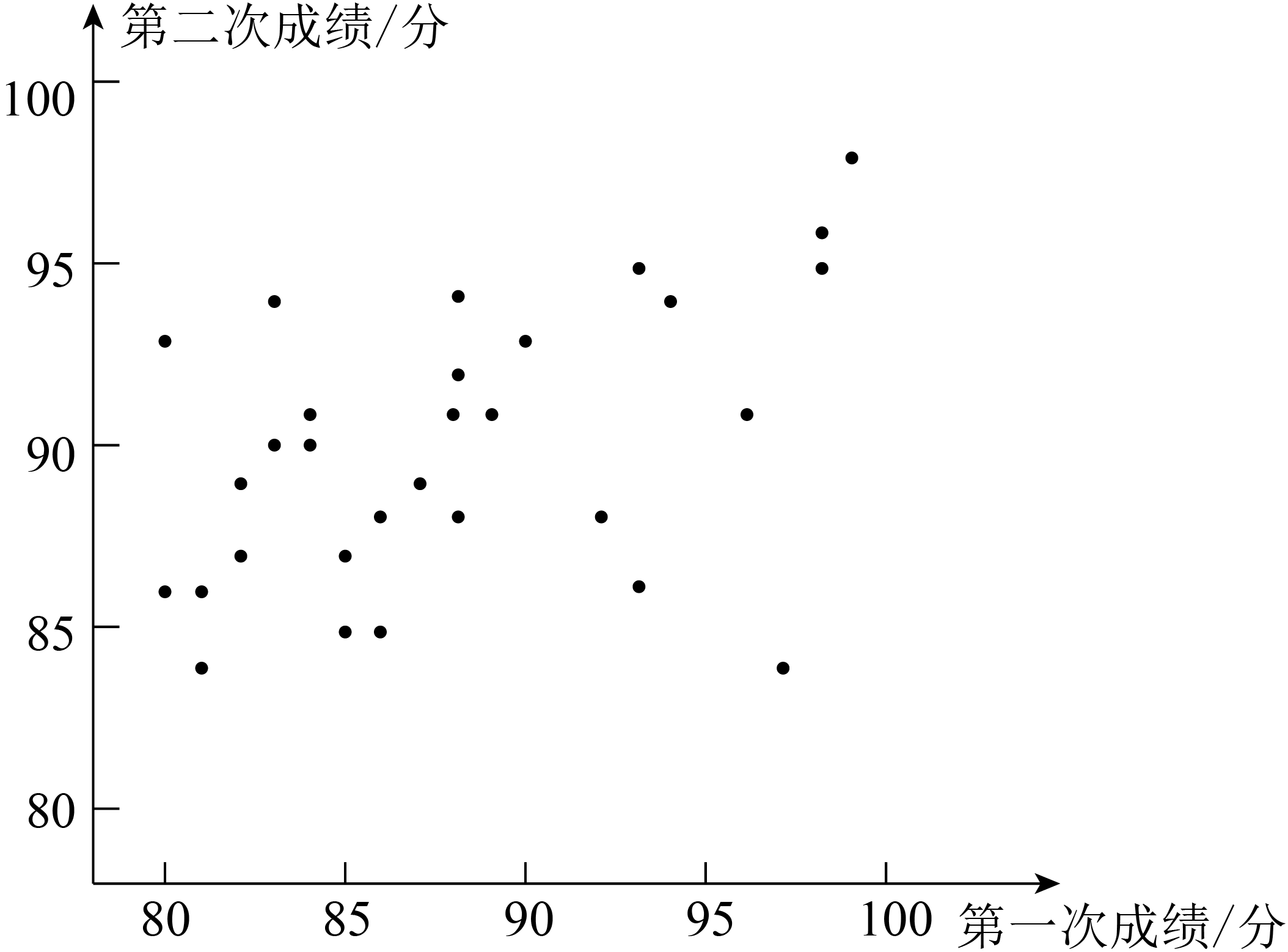
22. 在平面直角坐标系中，函数的图象过点，．

（1）求该函数的解析式；

（2）当，对于*x*的每一个值，函数的值都小于函数的值，请直接写出实数*m*的取值范围．

23. 为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识，某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛，从中随机抽取30名学生两次知识竞赛的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

．这30名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分统计图：



．这30名学生两次知识竞赛获奖情况相关统计表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 参与奖 | 优秀奖 | 卓越奖 |
| 第一次竞赛 | 人数 | 10 | 10 | 10 |
| 平均数 | 82 | 87 | 95 |
| 第二次竞赛 | 人数 | 2 | 12 | 16 |
| 平均数 | 84 | 87 | 93 |

（规定：分数，获卓越奖；分数，获优秀奖：分数，获参与奖）

．第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

．两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 平均数 | 中位数 | 众数 |
| 第一次竞赛 |  | 87.5 | 88 |
| 第二次竞赛 | 90 |  | 91 |

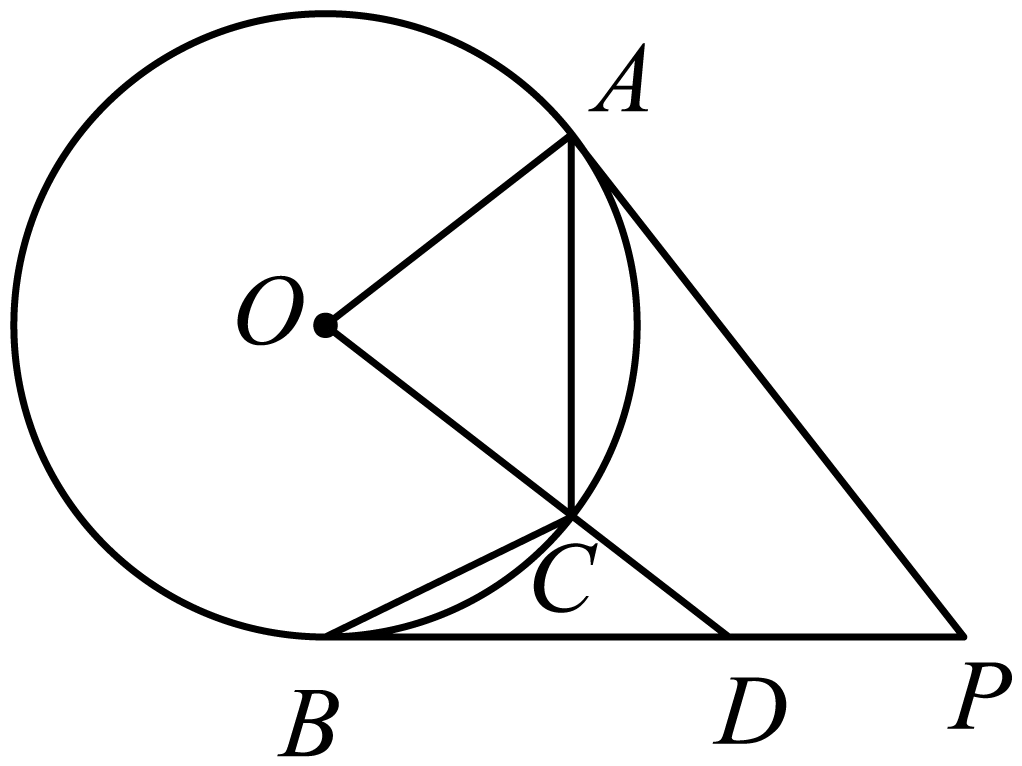
根据以上信息，回答下列问题：

（1）小松同学第一次竞赛成绩是89分，第二次竞赛成绩是91分，在图中用“○”圈出代表小松同学的点；

（2）直接写出的值；

（3）哪一次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高?请说明你的理由（至少两个方面）．

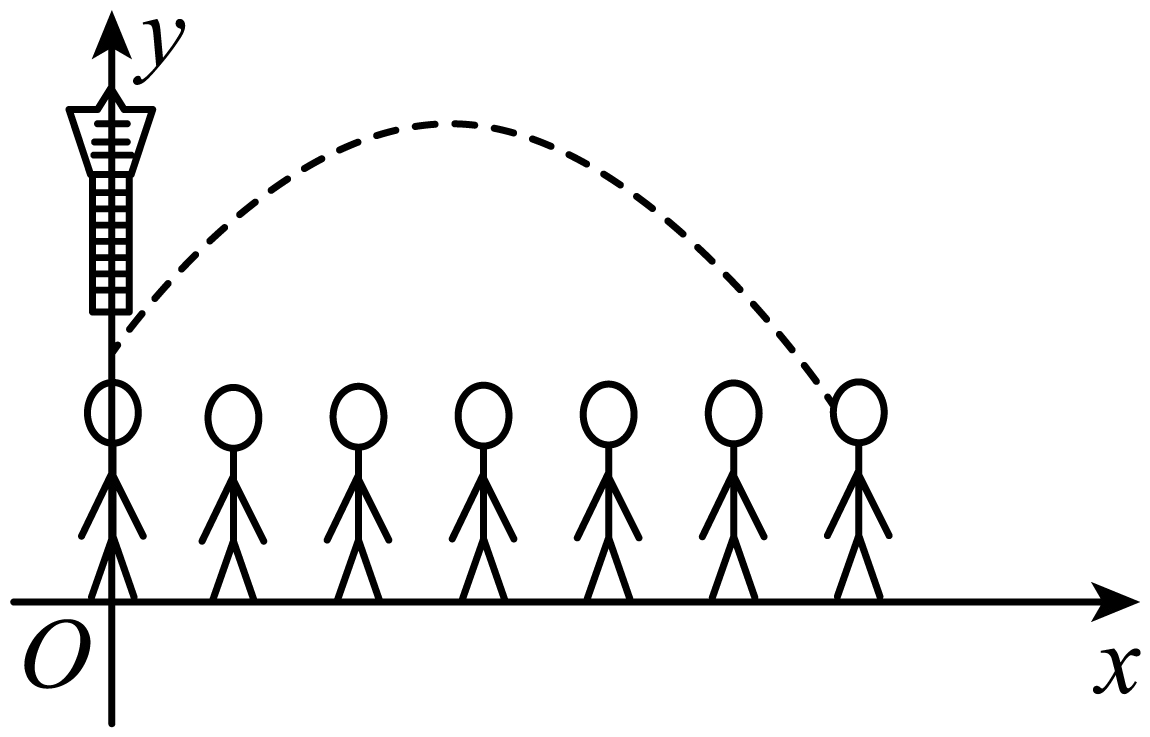
24. 如图，*P*为外一点，，是的切线，*A*，*B*为切点，点*C*在上，连接，，，，延长交于点*D*．



（1）求证：；

（2）连接，若，的半径为3，，求的长．

25. 天桥中幡是第一批被正式列入非遗名录的杂技艺术，2023年的春晚舞台上，中幡杂技表演《龙跃神州》成为一大亮点，其中有一个环节，若干个杂技演员等距排成一列，由第一位杂技演员将中幡向后高高抛出，最后一位杂技演员用头部接住中幡，中幡底部在空中运动的路线可以看作是抛物线的一部分．以第一位杂技演员的立足点为原点，建立如图所示的平面直角坐标系，中幡从抛出到被接住的过程中，中幡底部的竖直高度*y*（单位：m）和水平距离*x*（单位：m）近似满足函数关系．



某次训练，中幡底部的水平距离*x*和竖直高度*y*的几组数据如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平距离*x*/m | 0 | 0.8 | 2 | 2.8 | 4 | 4.8 | *p* |
| 竖直高度*y*/m | 2 | 2.96 | 3.8 | 3.96 | 3.6 | 2.96 | 2 |

根据上述数据，回答下列问题：

（1）表格中的\_\_\_\_\_\_．

（2）求满足条件的抛物线的解析式；

（3）若这次训练相邻两位演员的间距都为，最后一位演员身高为，当中幡底部位于距头部水平距离小于等于0.6米，距头部竖直距离小于等于0.3米，可以成功接到中幡，若此次训练成功，则舞台上至少\_\_\_\_\_\_位演员．

26. 在平面直角坐标系中，抛物线经过点．

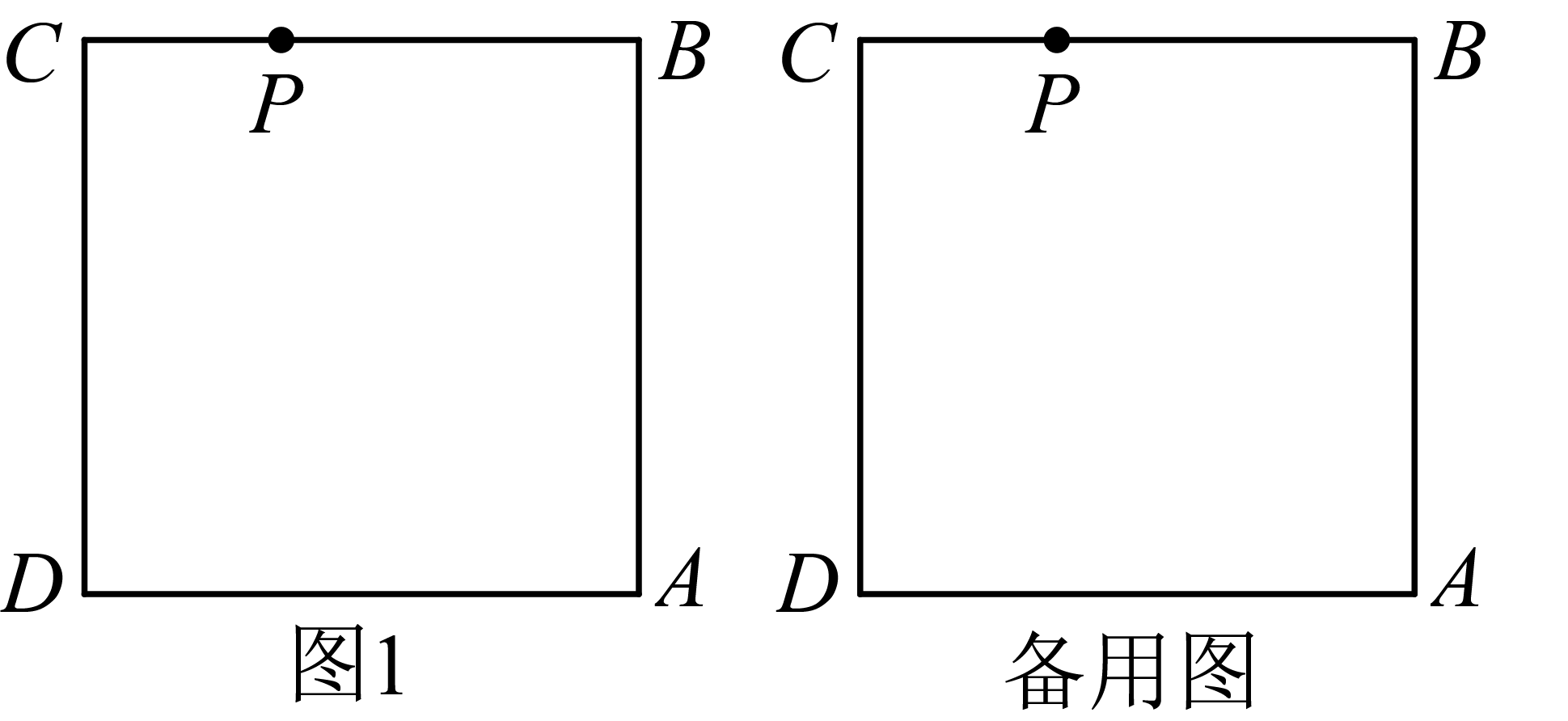
（1）求该抛物线的顶点坐标（用含*m*的式子表示）；

（2）是抛物线上的点，

①当，时，求的取值范围；

②若无论*m*为何值，都有满足的点*P*，求*t*的取值范围．

27. 如图1，*P*是正方形边上一点，线段与关于直线对称，连接并延长交直线于点*F*，连接．



（1）补全图形，求的大小；

（2）用等式表示线段之间的数量关系，并证明；

（3）连接，*G*是的中点，，若点*P*从点*B*运动到点*C*，直接写出的最大值．

28. 在平面直角坐标系中，给定图形和点，若图形上存在两个点，满足且，则称点是图形的关联点．已知点，．

（1）在点，，中，\_\_\_\_\_\_是线段的关联点；

（2）是以点为圆心，*r*为半径的圆．

①当时，若线段上任一点均为的关联点，求*r*的取值范围；

②记线段与线段组成折线，若存在，使折线*G*的关联点都是的关联点，直接写出*r*的最小值．

**2023年北京市海淀区首都师大附中中考数学三模试卷**

**参考答案与试题解析**

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1、【答案】D

【知识点】由三视图判断几何体

2、【答案】C

【知识点】科学记数法—表示较大的数

3、【答案】C

【知识点】对顶角、邻补角

4、【答案】A

【知识点】实数与数轴

5、【答案】A

【知识点】列表法与树状图法

6、【答案】D

【知识点】根的判别式

7、【答案】A

【知识点】轴对称图形

8、【答案】A

【知识点】二次函数图象与系数的关系,二次函数的应用-其他问题

**二、填空题（共16分，每题2分）**

9、【答案】x≠3

【知识点】分式有意义的条件

10、【答案】x（x-3）2

【知识点】提公因式法与公式法的综合运用

11、【解答】解：，

，

解得：，

检验：当时，，

是原方程的根，

故答案为：.

【知识点】解分式方程

12、【答案】5

【知识点】估算无理数的大小

13、【答案】＜

【知识点】反比例函数图象上点的坐标特征

14、【答案】115°

【知识点】圆心角、弧、弦的关系,圆周角定理,圆内接四边形的性质

15、【答案】

【知识点】相似三角形的判定与性质,矩形的性质

16、【答案】②

【知识点】规律型：点的坐标

**三、解答题（共68分，第17-20题，每题5分，第21题6分，第22题5分，第23-24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每题7分）**

17、【解答】解：

.

【知识点】平方根,实数的运算,零指数幂,负整数指数幂,特殊角的三角函数值

18、【解答】解：，

解不等式①，得：，，

解不等式②，得：，

不等式组的解集为.

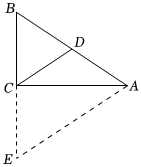
【知识点】解一元一次不等式组

19、【解答】解：原式

，

当，时，原式.

【知识点】整式的混合运算—化简求值

20、【解答】解：方法一：如图，延长到点，使得，连接，

，

是的中位线，

，

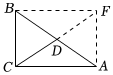
，

是的垂直平分线，

，

；

方法二：如图，延长到点，使得，连接，，

​

，

四边形是平行四边形，

，

四边形是矩形，

，

，

.

【知识点】直角三角形斜边上的中线

21、【解答】证明：点是的中点，

，

∥，

，，

在和中，

，

≌，

，

∥，

四边形是平行四边形，

又，

平行四边形是菱形；

解：四边形是菱形，

，

平分，

，

，

，，

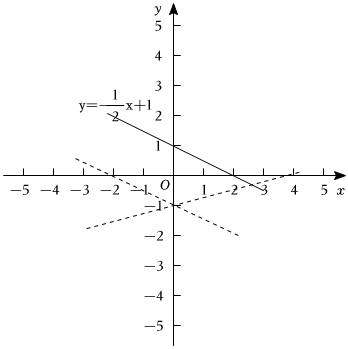
，

，，

是等边三角形，

.

【知识点】角平分线的性质,直角三角形斜边上的中线,菱形的判定与性质

22、【解答】解：（1）把点，.分别代入得，

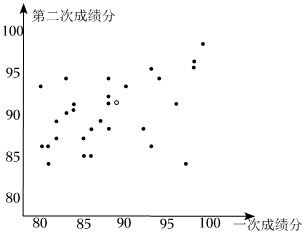
解得，

一次函数的解析式为；

当，对于的每一个值，函数的值都小于函数的值，

且.

【知识点】点的坐标

23、【解答】解：（1）如图所示.

，

第二次竞赛获卓越奖的学生有人，成绩从小到大排列为：，

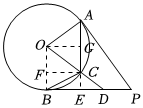
第一和第二个数是名学生成绩中第和第个数，

，

，；

可以推断出第二次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是：第二次竞赛学生成绩的平均数、中位数、众数都高于第一次竞赛.

【知识点】众数,加权平均数,中位数

24、【解答】证明：如图连接，

、是的切线，

，

即，

又，

，

，

，

即；

解：延长交于点，则，过点作于点，过点作于点，

则，

在中，，，

，

∥，

∽，

，

即，

，，

，，

，

，

，，，

，

，

∽，

，

即，

.

【知识点】勾股定理,垂径定理,圆周角定理,切线的性质

25、【解答】解：（1）根据表中数据知，当和时，函数值相同，

抛物线对称轴为，

，

故答案为：；

由（1）可知，抛物线的顶点为，

设抛物线的解析式为，

把代入解析式得：，

解得，

抛物线的解析式为；

由（2）知，，

当时，，

解得，

最后一位演员在最右端，

；

当时，，

解得，舍去，

，

中幡底部位于距头部水平距离小于等于米以成功接到中幡，

，，

，，

的取值范围为：，

取不到整数，

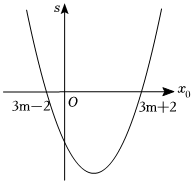
，

，

舞台上至少有名演员，

故答案为：.

【知识点】二次函数的应用-建模问题

26、【解答】解：将点，代入，

得，

解得.

，

该抛物线的顶点坐标为.

解：①当时，，

当，时，，

当时，；

当时，，

在内，随的增大而增大，

.

②将点，代入函数得，

当时，，即，

解方程，

得或.

画出函数的大致图象如下：

由函数图象可知，在内，要使无论为何值，都有满足即的点，

则，

解得.

【知识点】点的坐标

27、【解答】解：（1）补全图形如图所示；

设，

，

线段与关于直线对称，

，，

，，

，

；

；

证明：如图，连接，，，

四边形是正方形，

，，

线段与关于直线对称，

，，

，

，，

，，

∽，

，

；

如图，连接，交于点，连接，

四边形是正方形，

，

又是中点，

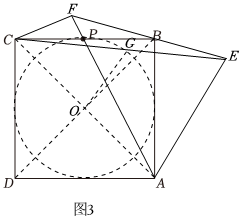
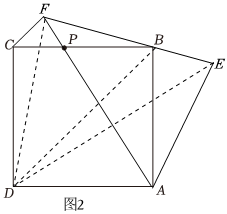
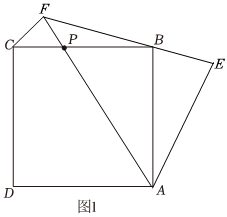
，

点在以为圆心，为半径的圆上运动，

点从点运动到点，点的运动到上时的值最大，且的最大值为，

，

的最大值为.



【知识点】四边形综合题

28、【解答】解：，

为直角三角形，

满足，

根据勾股定理可得：，

，，

；

，，

；

，，

，

，且，

是线段的关联点；

，且，

是线段的关联点；

，且，

，，

，

对于线段上的任意两点、，

当时，，如图，则必是锐角，不可能是直角，

不是线段的关联点；

故答案为：，.

①由（1）可得：，

为直角三角形，

，

即，

即三角形为含度角的直角三角形，如图：

则点是以为斜边且含度角的直角三角形的直角顶点.

在圆上取点，，则对于任意位置的和，符合的关联点有个，如图：

以点为例，当点在半径为的上运动时，点为圆上一定点，且，，

则点的运动轨迹为圆，故点的轨迹也为圆，令点的轨迹为圆，如图：

当，，三点共线，，，三点共线时，，

，，

则点到点的最大距离为，最小距离为，

当点也在上运动时，也随之运动，

则扫过的区域为和为半径围成的圆，

即的所有关联点在以为圆心，和为半径的两个圆构成的圆环中，

当线段与半径为交于点时，最小，如图：

则，

解得，

当线段与半径为的圆相切时，最大，过点作，如图：

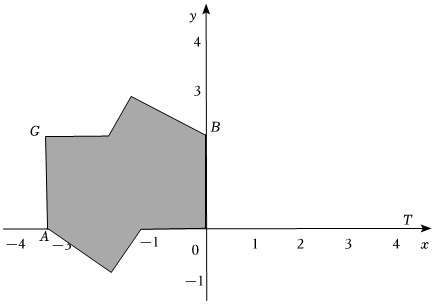
则，

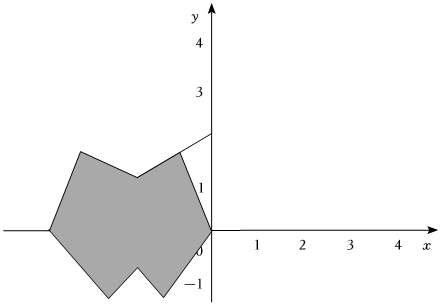
即，

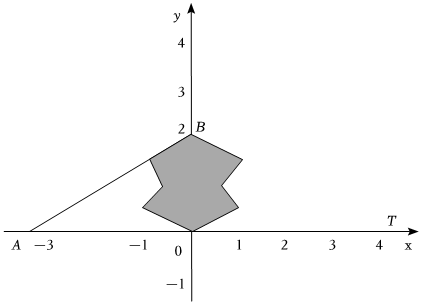
解得，

则，

解得，

②当关联点在线段上时，满足条件的关联点所在范围如图阴影部分：

当关联点在线段上时，满足条件的关联点所在范围如图阴影部分：

当关联点在不同线段上时，满足条件的关联点在点和点上的范围如图阴影部分：

综上，所有区域叠加一起为：

由①可知，满足的所有关联点所在范围为圆环，

故若使得圆环能够完整“包住”关联点，圆环中外圆的必须经过点，

，，，，

四边形为矩形，

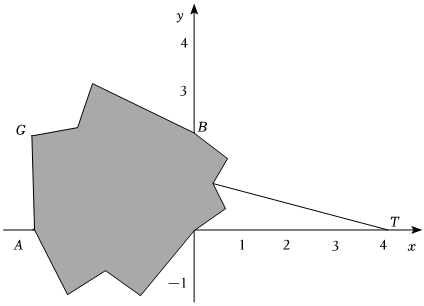
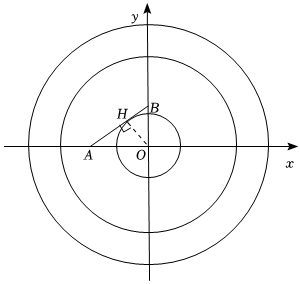
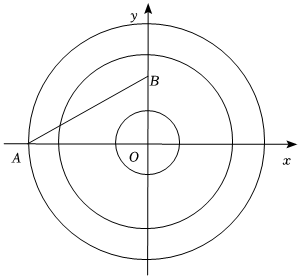
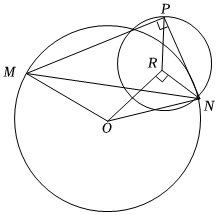
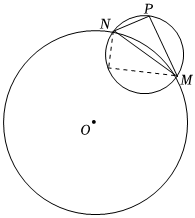
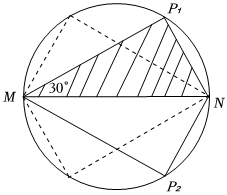
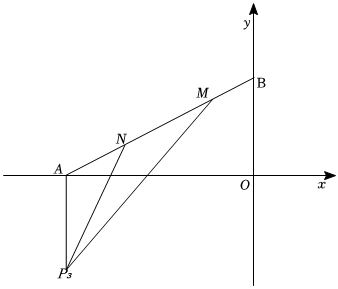
，

则，

即，

解得（负值舍去）；

综上，的最小值为.



【知识点】点的坐标,圆的综合题